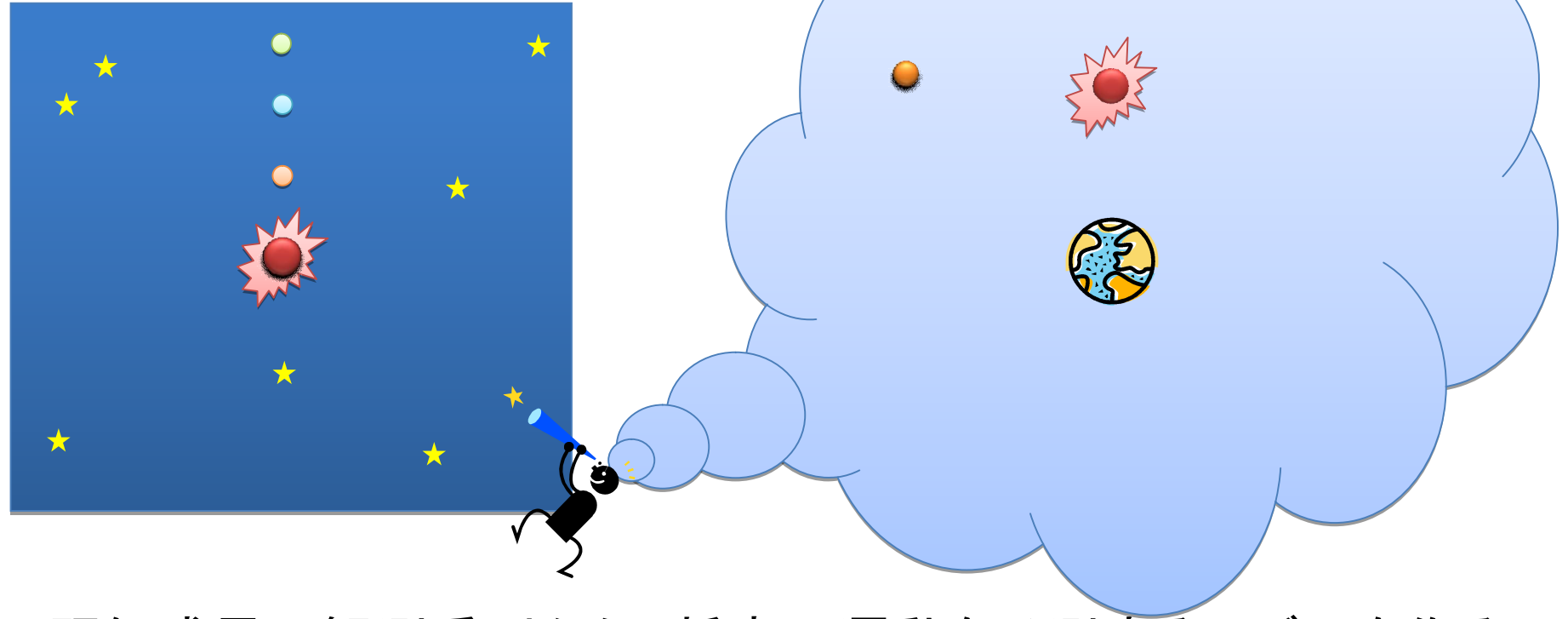

非線形テンソル分解による 隠れダイナミカルシステム空間推定

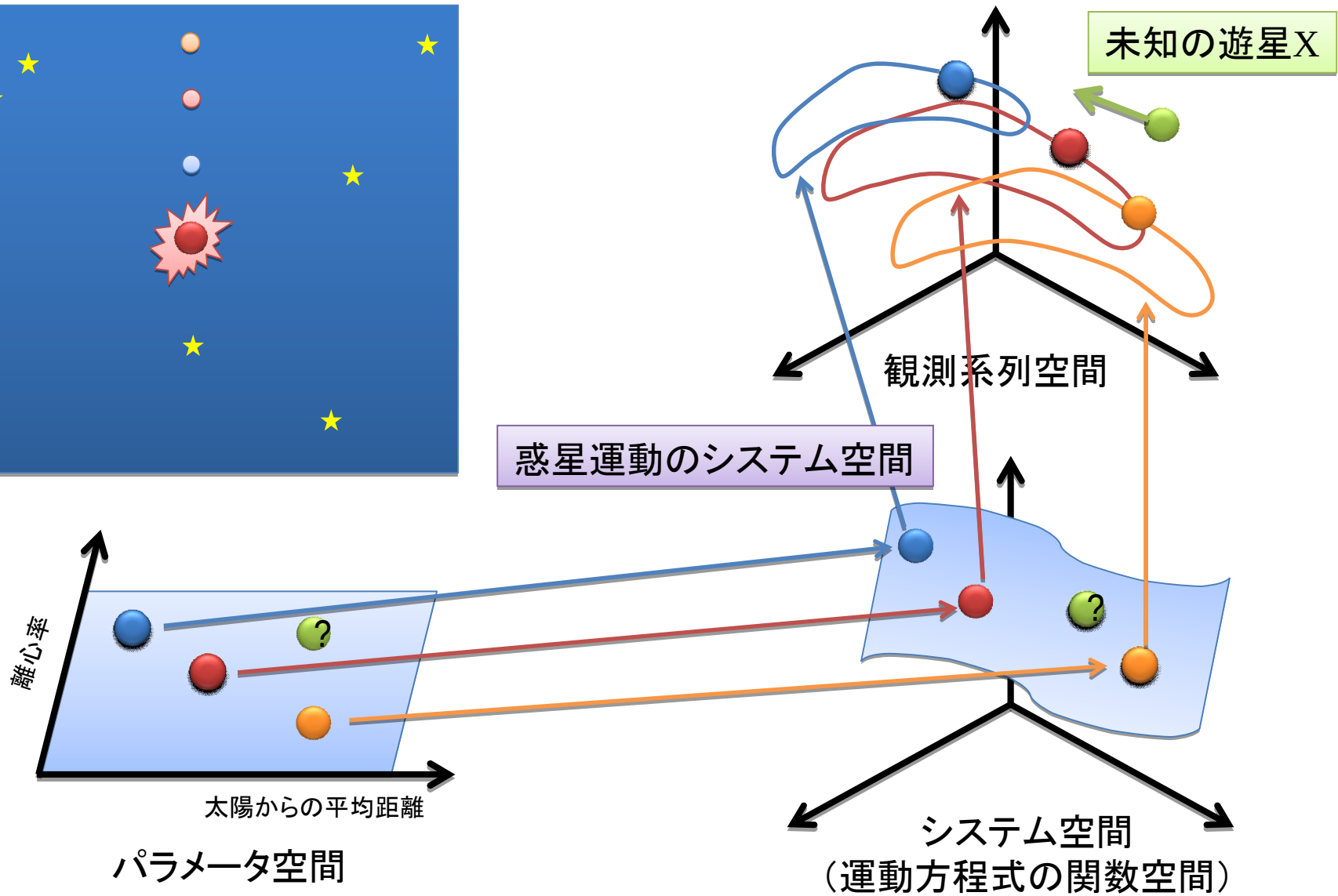
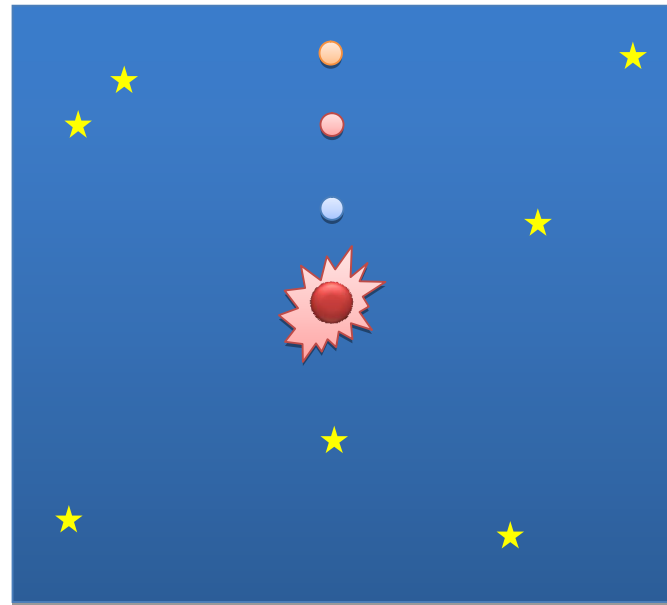
九州工業大学大学院生命体工学研究科
脳情報専攻
古川 徹生

惑星の運動モデルを学習できるか？



- u 既知惑星の観測系列から、将来の運動を予測するモデルを作る
 - Ø データフィッティングで可能 (e.g., プトレマイオスの周転円モデル)
- u 未知の惑星について「もし存在したら」どんな運動をするかを予測するモデルを作る
 - Ø 普遍的なルール, 法則の発見が必要 (e.g., ケプラーの法則)

惑星運動というシステム空間

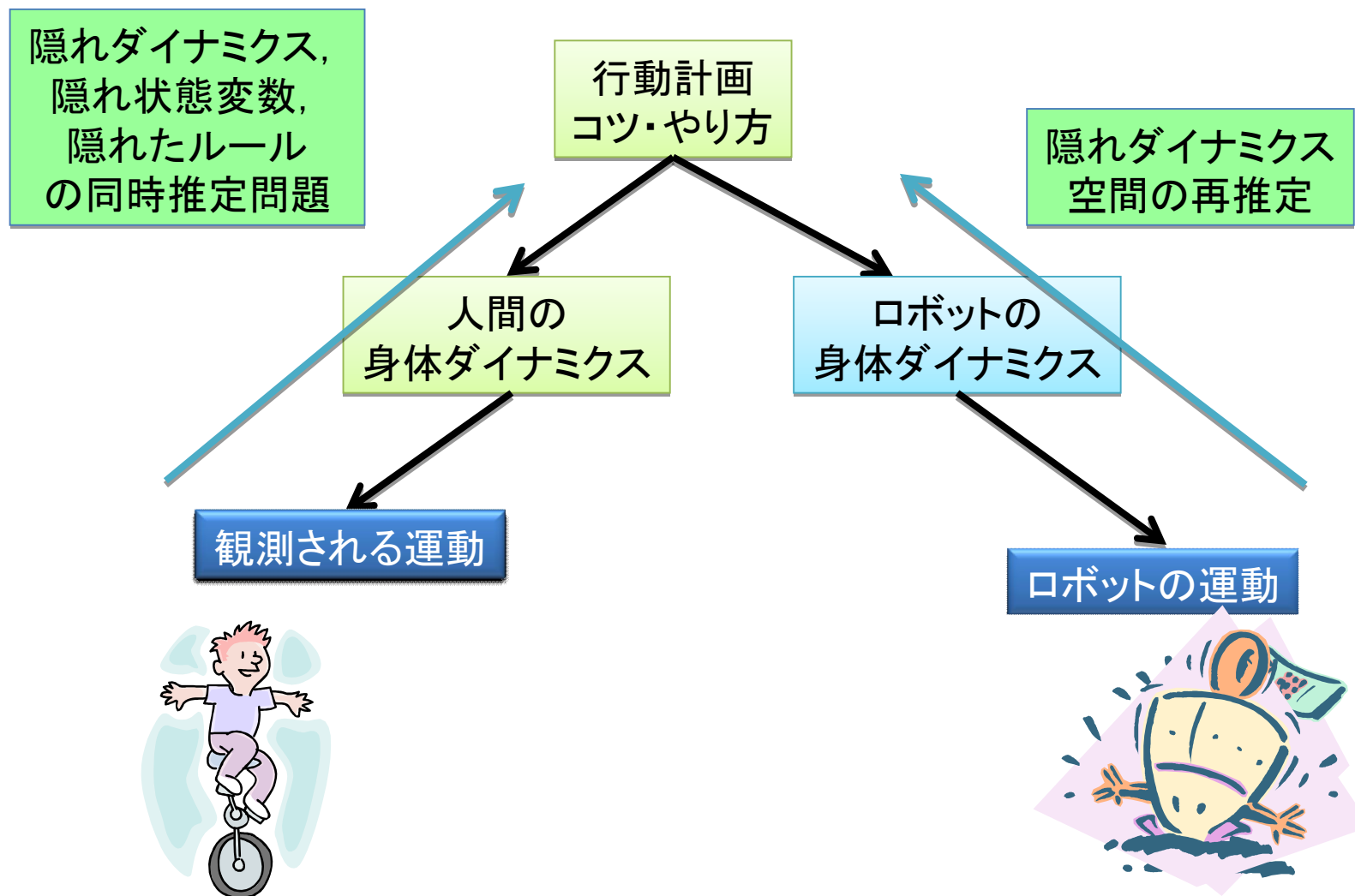


データフィッティングアプローチの限界



- u 人間の動作を真似すれば、ロボットも同じことができるのかな？
 - Ø 関節角度の二乗誤差最小化は良い基準だろうか？
 - Ø 異なる身体形状, 異なる制約条件, 異なるダイナミクス, 異なる自由度！
- u 最適な運動パターンを記憶すればいい？
 - Ø 新たな環境, 新たな対象物, 新たな状況でも適切に行動できるか？

隠れたコツ・原理を見抜くということ

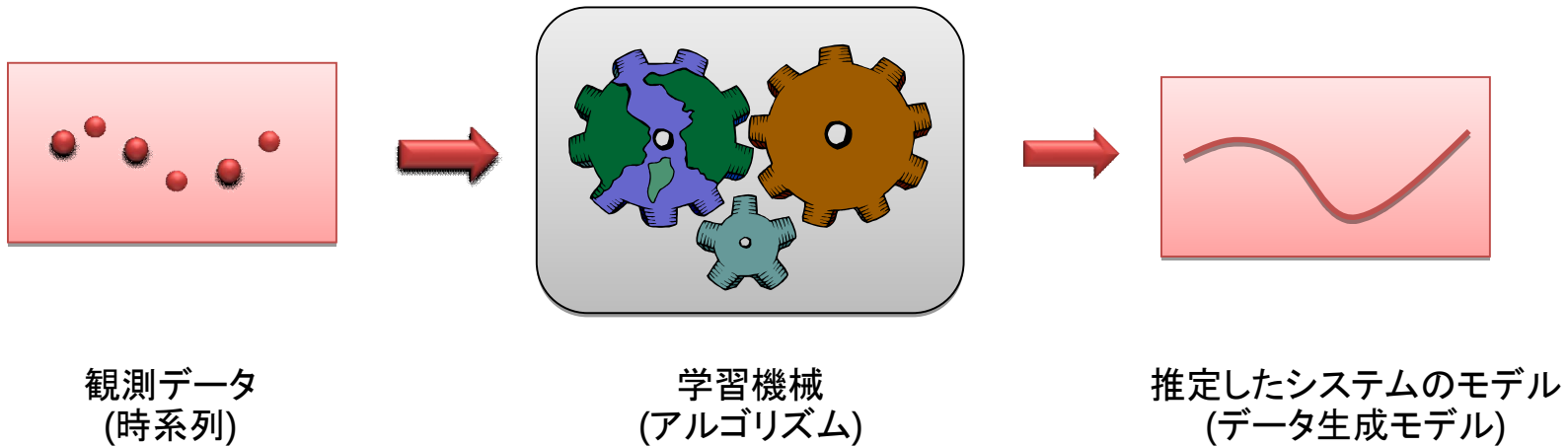


ほんとうは何か
ほしいのだろう？

～目標を明らかにする～

“マルチ=ダイナミカルシステム学習”ってなに？

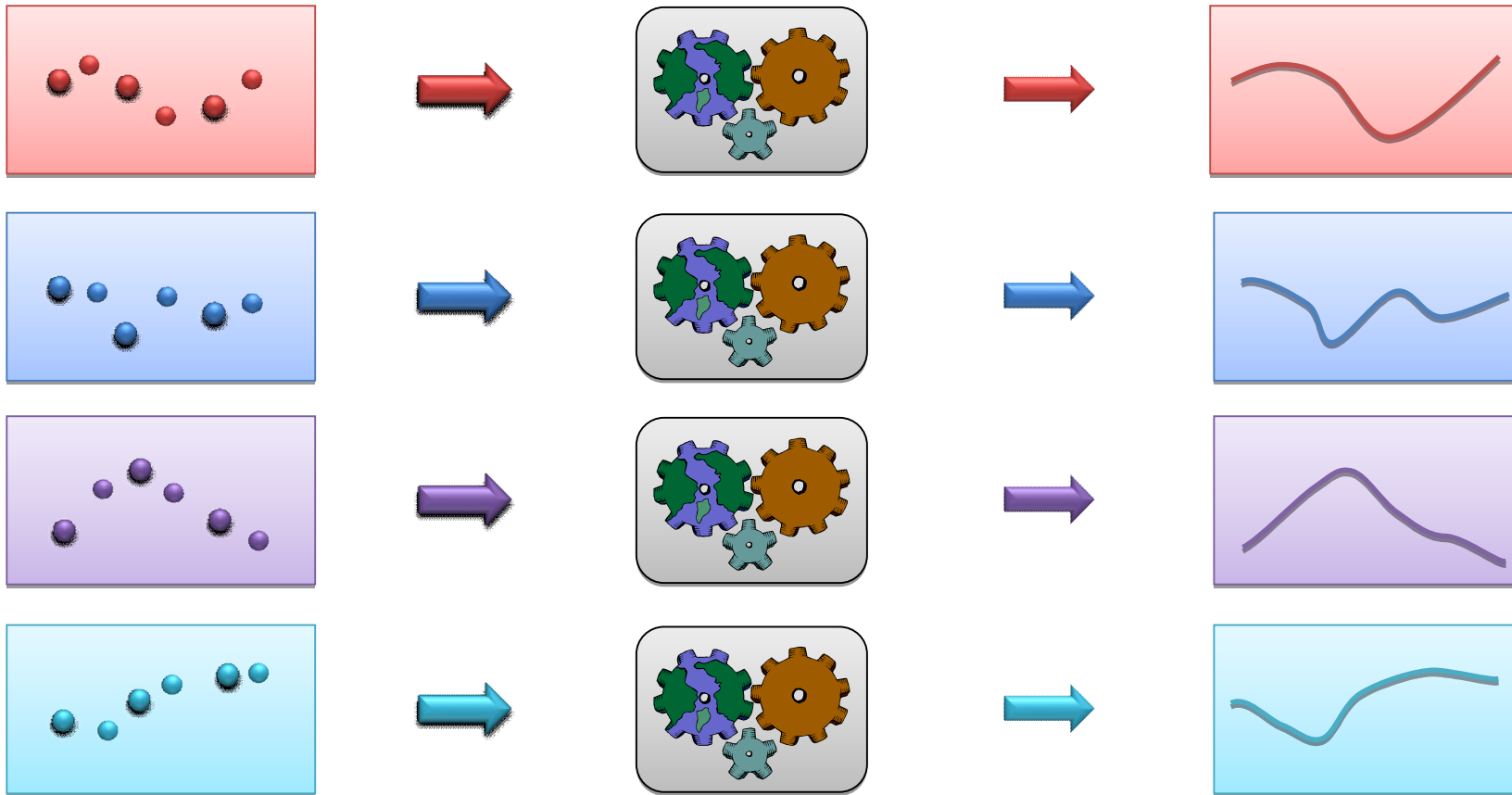
“シングル”システム学習



シングルシステム学習により, そのシステムに未知の入力が入ったときの出力を推測できる.

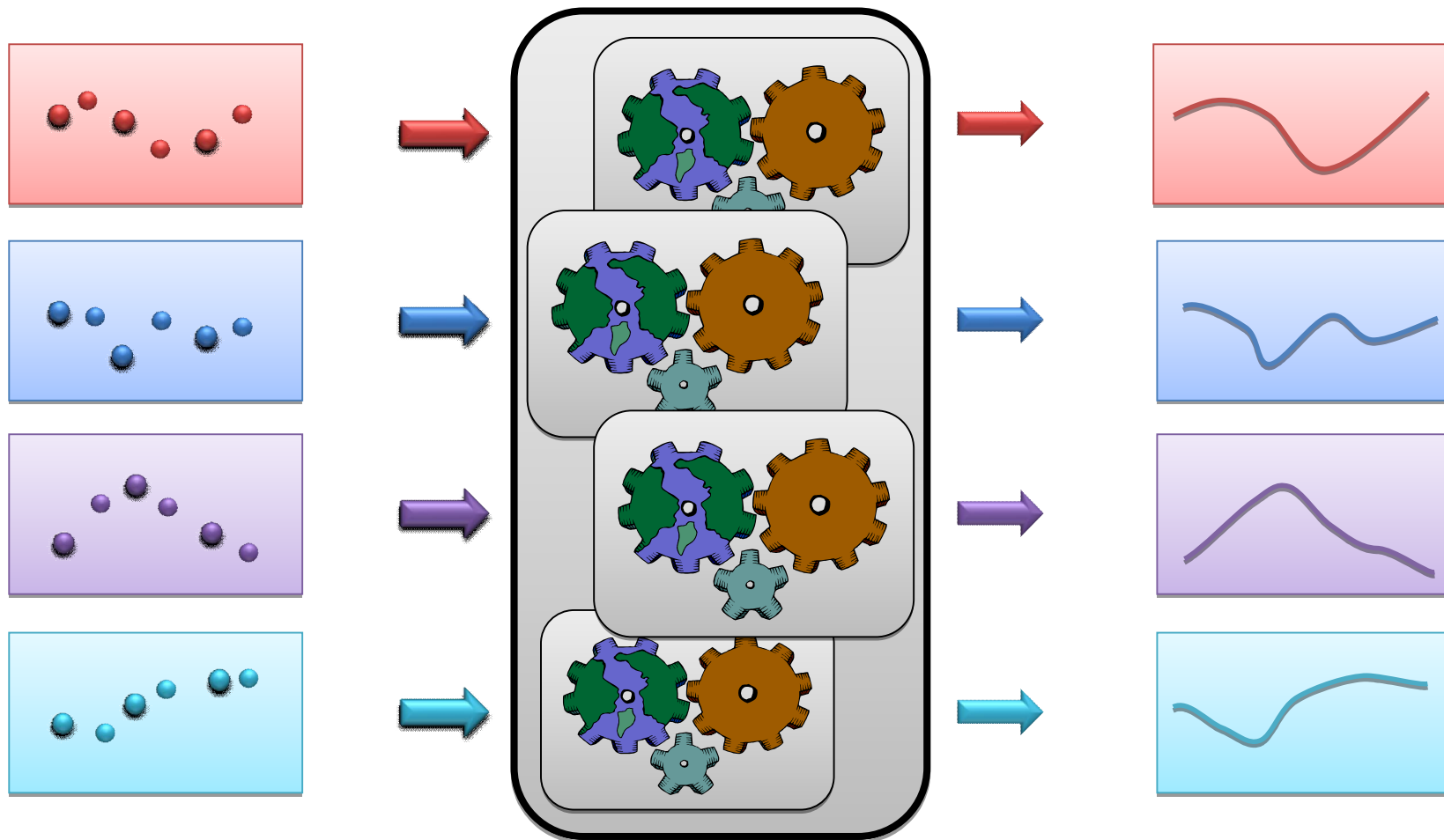
“マルチ=ダイナミカルシステム学習”ってなに？

“マルチ”システム学習？

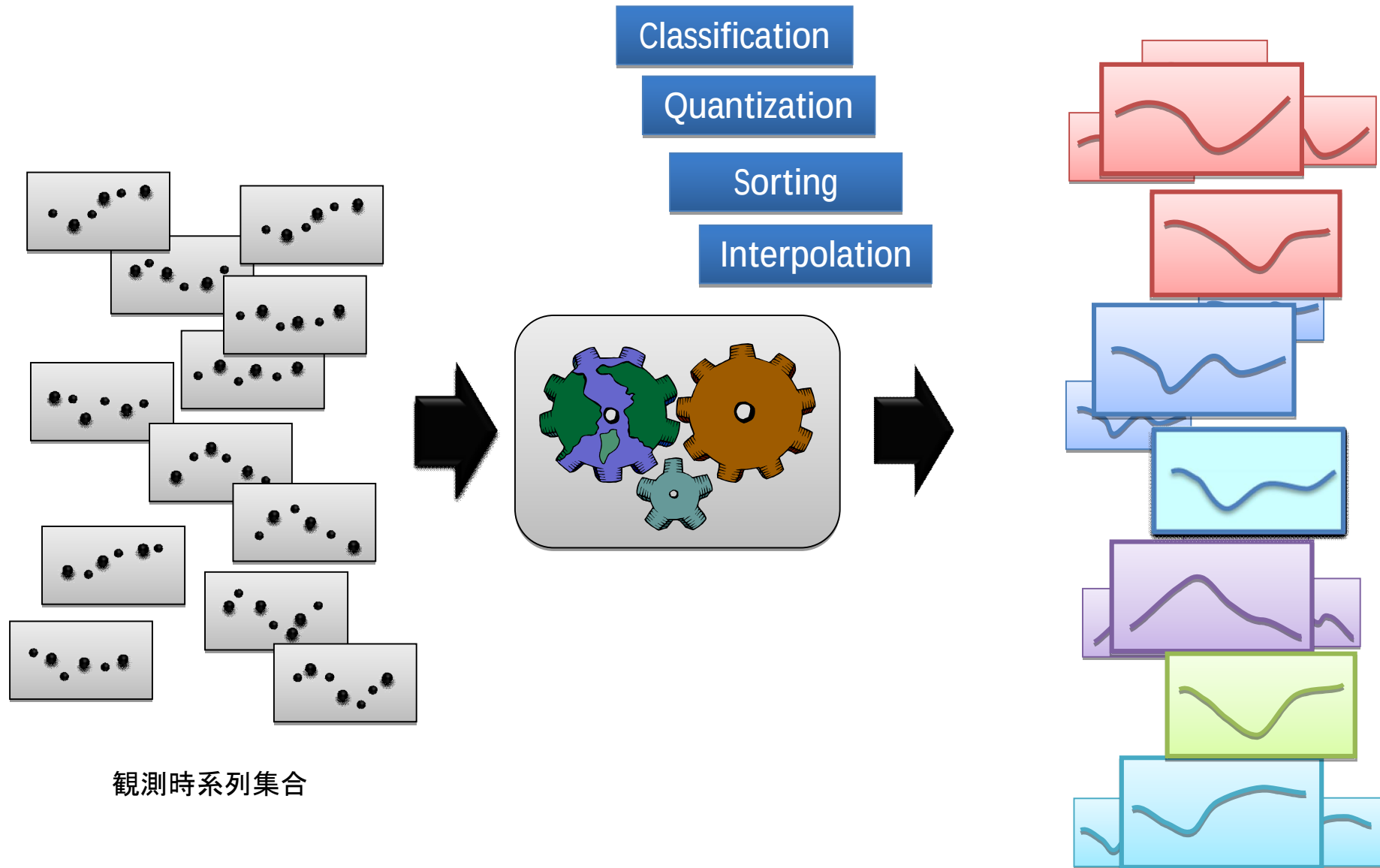


“マルチ=ダイナミカルシステム学習”ってなに？

“マルチ”システム学習？



“システム空間推定(学習)”ってなに？



“システム空間推定(学習)”ってなに？

u “シングル”学習の組み合わせ以上の「なにか」ができてほしい

Ø 分類, 識別, 量子化, 並び替え, 補間, etc.

Ø システム間の「類似性」「距離」「連続性」が必要.

u システム集合は「空間」を作っていると暗黙裡に期待

Ø 連続な, あるいは距離定義が可能な空間.

Ø 未知の, 将来出会うシステムが眠っている空間.

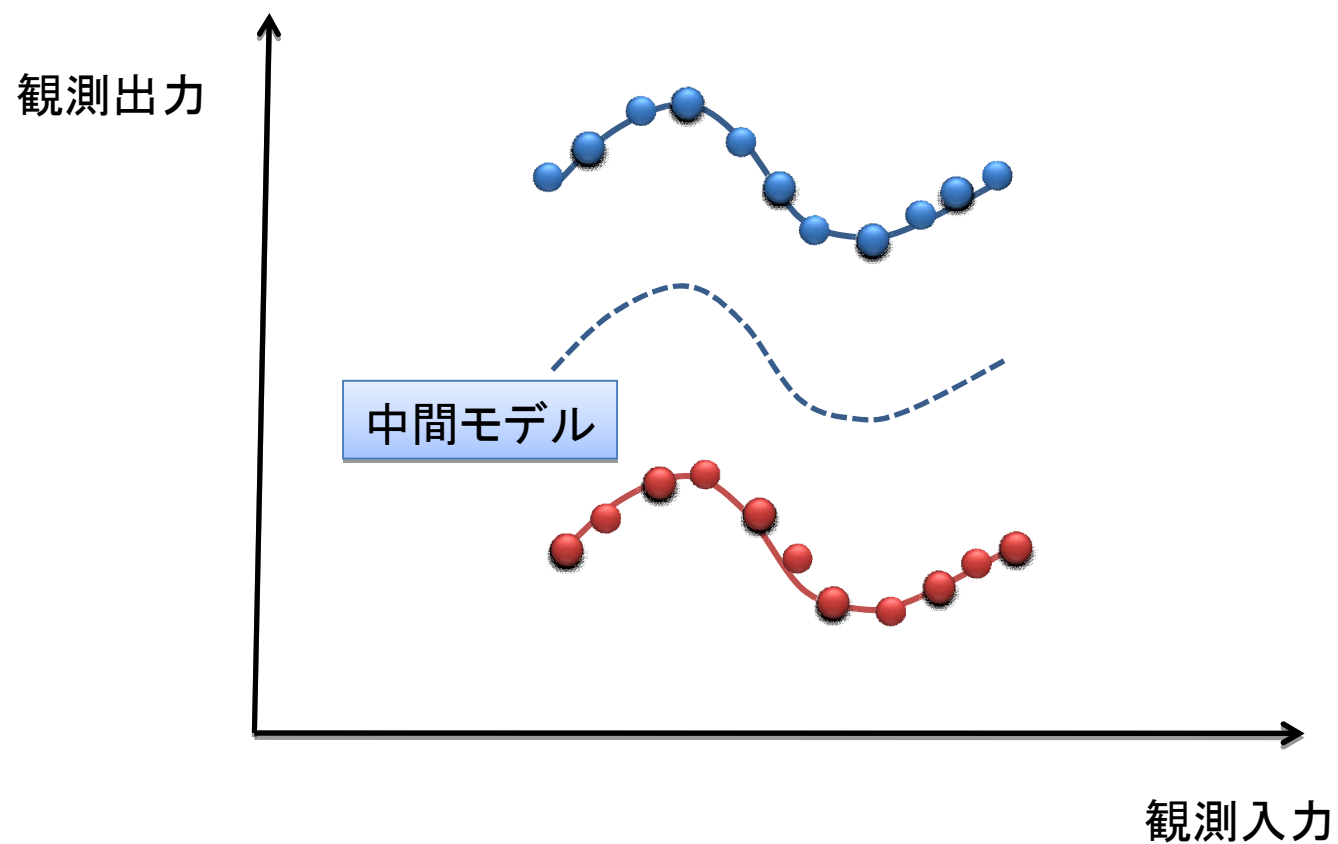
システム空間推定

時系列データの集合から何が知りたい？

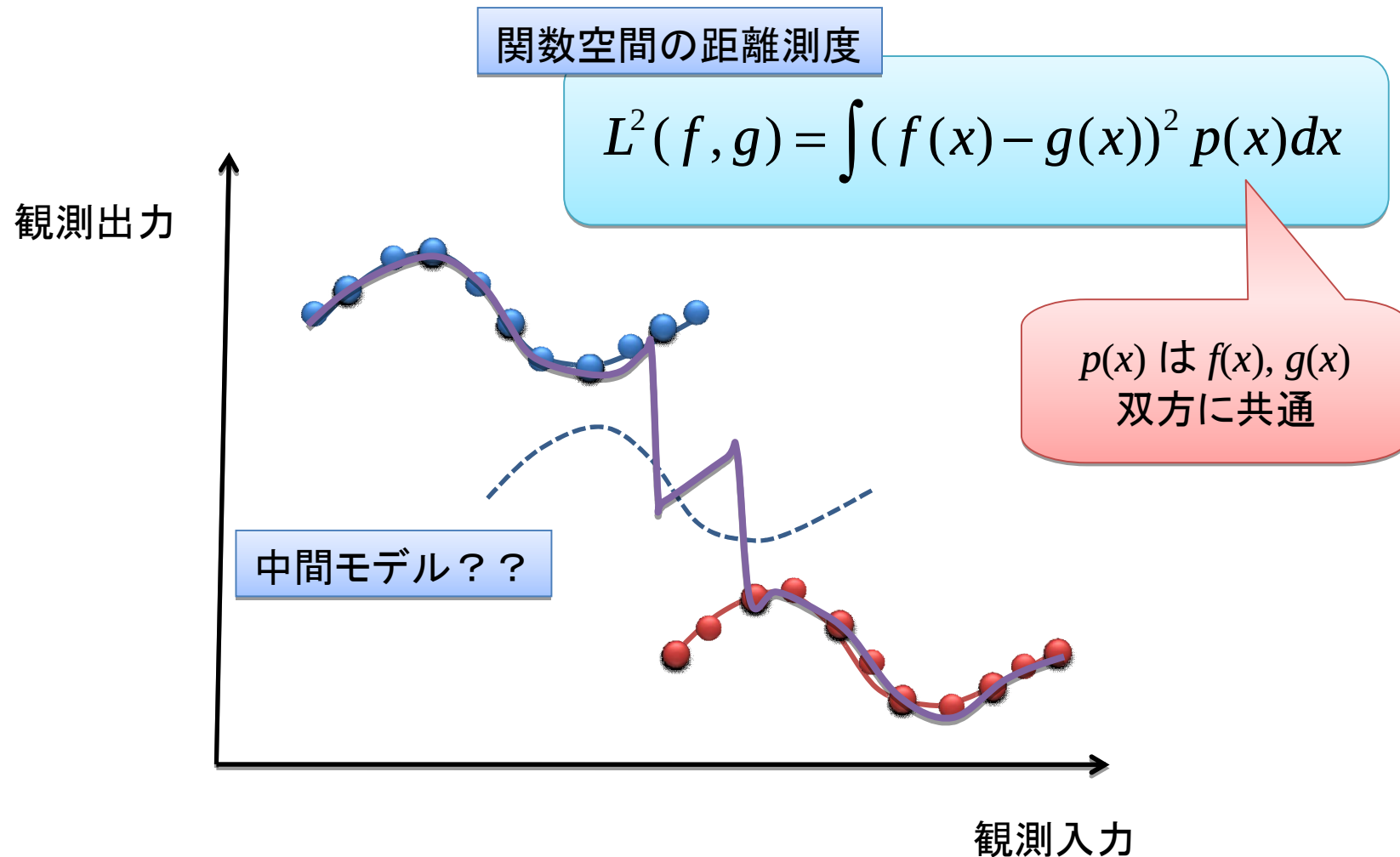
- u 同一クラスの(同種の, しかし異なる)システム集合から観測された時系列集合が得られたとする.
 - Ø わかっているのは時系列データのみ.
- u このとき, 以下のようなことが知りたい.
 - Ø どんな「システム空間」がそこにあるのだろうか？
 - Ø どんな未知のシステムたちが隠れているのだろうか？
 - Ø どんな説明変数や説明パラメータがあるのだろうか？
 - Ø どんな普遍的ルールや法則があるのだろうか？

隠された本質が知りたい！

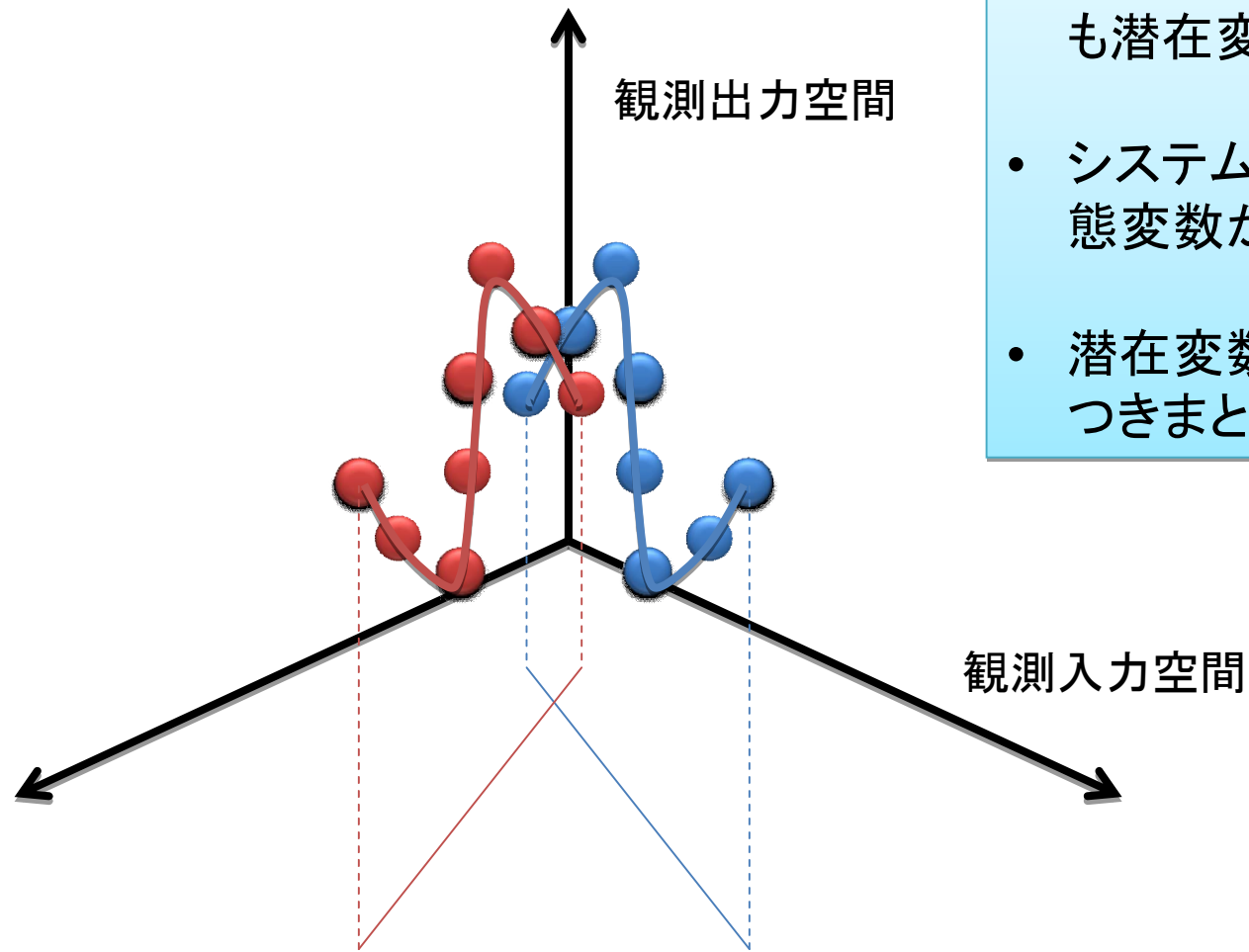
単純なシステム内挿では解決できない



単純なシステム内挿では解決できない



単純なシステム内挿では解決できない

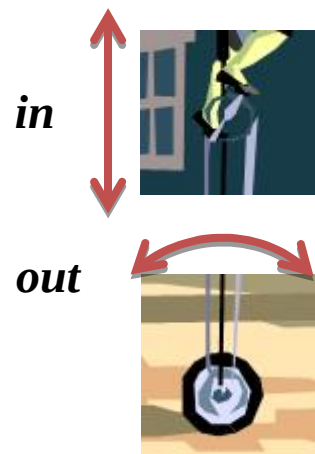


- すべてが観測できるように見えても潜在変数推定が必要とされる.
- システム内部に観測できない状態変数が存在する場合もある
- 潜在変数の推定問題が本質的につきまとう

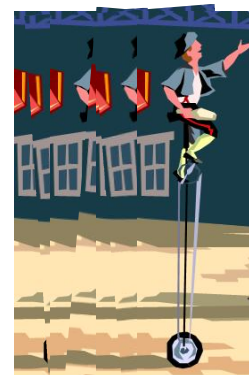
ほんとうは何を
解けばいいのだろうか？

～問題を定義する～

動特性



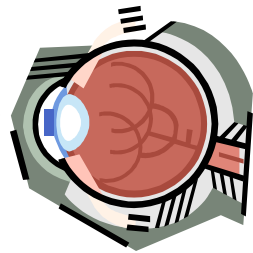
時系列



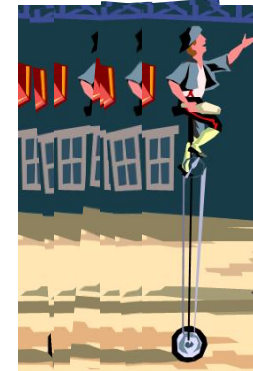
システムパラメータ



観測特性



観測時系列

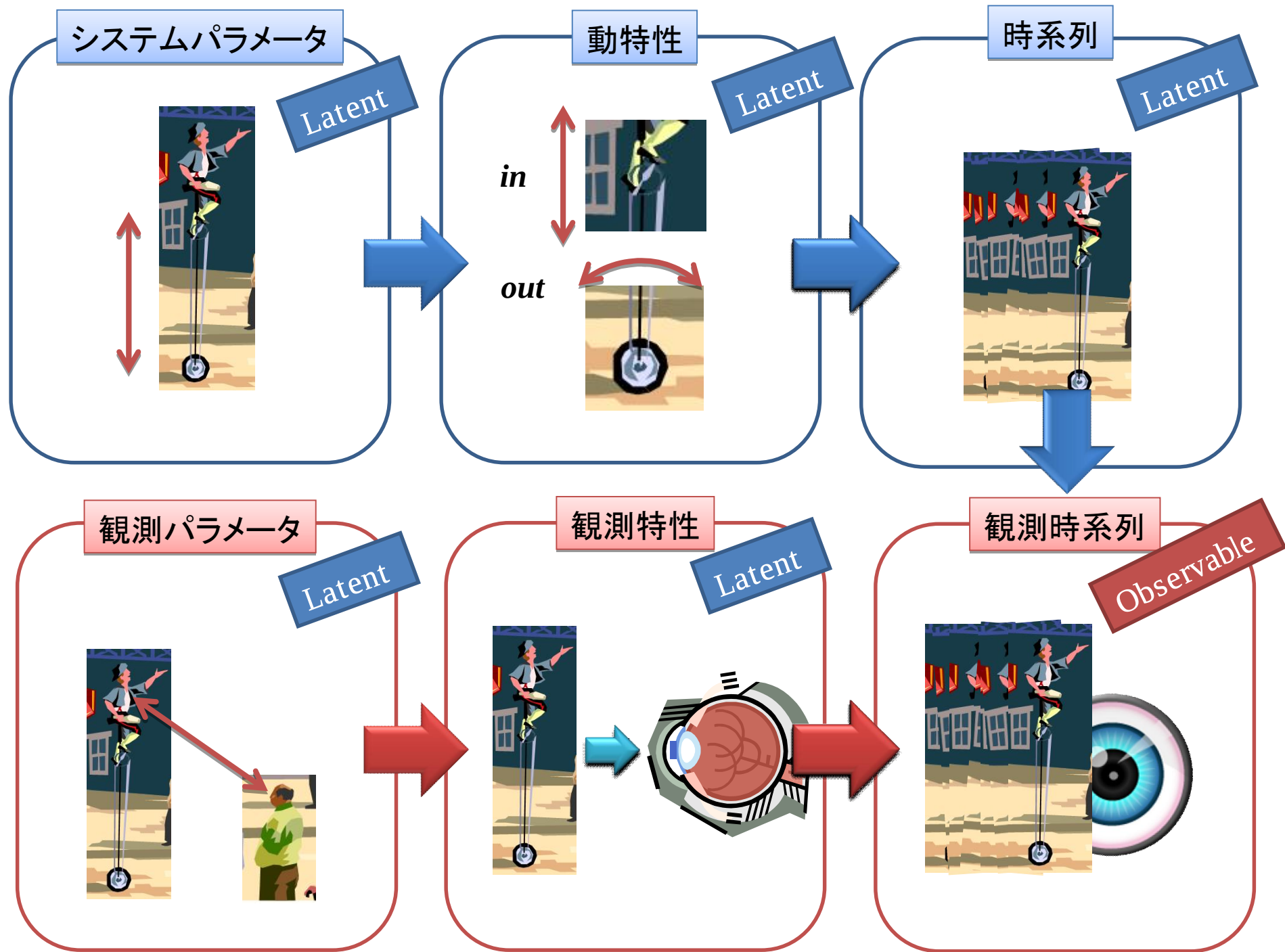


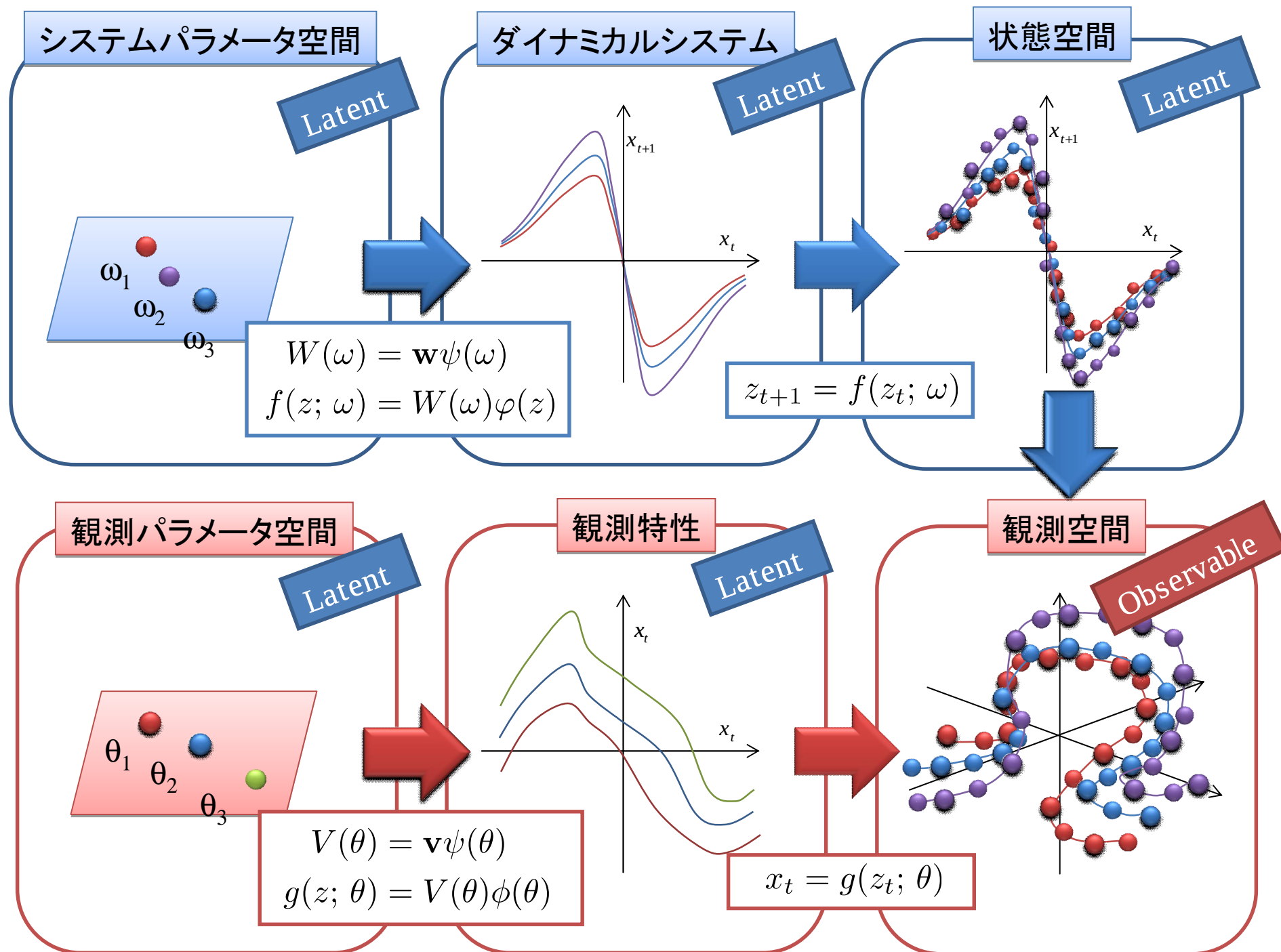
観測パラメータがシステムパラメータと連動する場合もある

観測パラメータ

観測者(脳)







半関係データの非線形テンソル分解

次時刻の
状態変数

システム系テンソル

システムパラメータ

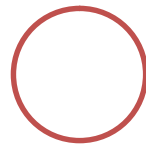
現在の
状態変数

$$\begin{pmatrix} \underbrace{z_{t+1}}_{\text{観測可能}} \\ \underbrace{x_t}_{\text{観測不可能}} \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \underbrace{\underline{\mathbf{W}}}_{\text{観測可能}} & \underbrace{\underline{\mathbf{O}}_1}_{\text{観測可能}} \\ \underbrace{\underline{\mathbf{O}}_2}_{\text{観測可能}} & \underbrace{\underline{\mathbf{V}}}_{\text{観測不可能}} \end{pmatrix} \times_1 \begin{pmatrix} \psi_{\Omega}(\underbrace{\omega}_{\text{観測可能}}) \\ \psi_{\Theta}(\underbrace{\theta}_{\text{観測不可能}}) \end{pmatrix} \times_2 \varphi(\underbrace{z_t}_{\text{観測可能}})$$

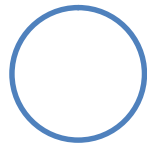
観測データ

観測系テンソル

観測パラメータ



観測可能



観測不可能(潜在変数)

システム系と観測系の
インタラクション

y, j は基底関数

半関係データの非線形テンソル分解

- u 非線形テンソル分解法の開発自体が新しいテーマ
- u データ間の関係性について半分情報が失われている
 - Ø「半関係データ」と呼ぶことにしよう
- u 観測系とシステム系のテンソル分解を同時に解く
- u システム系は方程式に既知変数がひとつもない

<半関係データ>の非線形テンソル分解

関係データ

潜在状態変数

潜在
パラメータ

観測データ

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9
w_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}
w_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}	x_{29}
w_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{36}	x_{37}	x_{38}	x_{39}

潜在状態変数, 潜在パラメータは共にわからないが,
観測データはそれらの組み合わせ表になっている.

半関係データ(?)

潜在状態変数

潜在
パラメータ

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9
w_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	—	—	—	—	—	—
w_2	—	—	—	x_{24}	x_{25}	x_{26}	—	—	—
w_3	—	—	—	—	—	—	x_{37}	x_{38}	x_{39}

どの列もデータは1個だけ!

大部分が欠損!

潜在状態変数, 潜在パラメータは共にわからない.
しかも系統的な欠損が存在する

半関係データの非線形テンソル分解

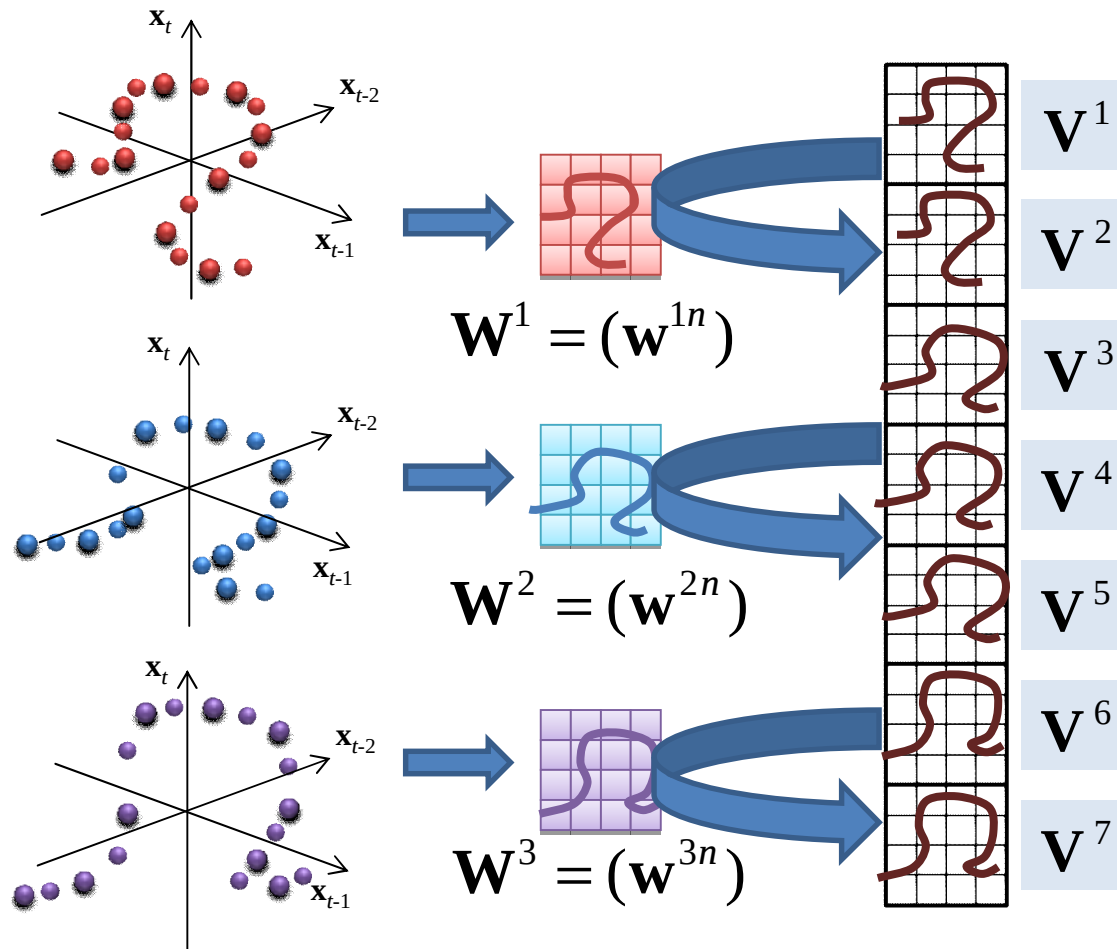
u SOM (Self-Organizing Map: 自己組織化写像) をベースにした半関係データの非線形テンソル分解法

- Ø T. Furukawa (2005) “SOM of SOMs : Self-Organizing Map Which Maps a Group of Self-Organizing Maps”, *LNCS*, 3696, 391-396.
- Ø T. Furukawa (2009) “SOM of SOMs”, *Neural Networks*, 22, 463-478.

u データ集合族をファイバー束でモデル化

- Ø 各データごとを多様体でモデル化
- Ø 多様体間の対応関係を発見し, ファイバーでつなぐ

SOM²のアルゴリズム



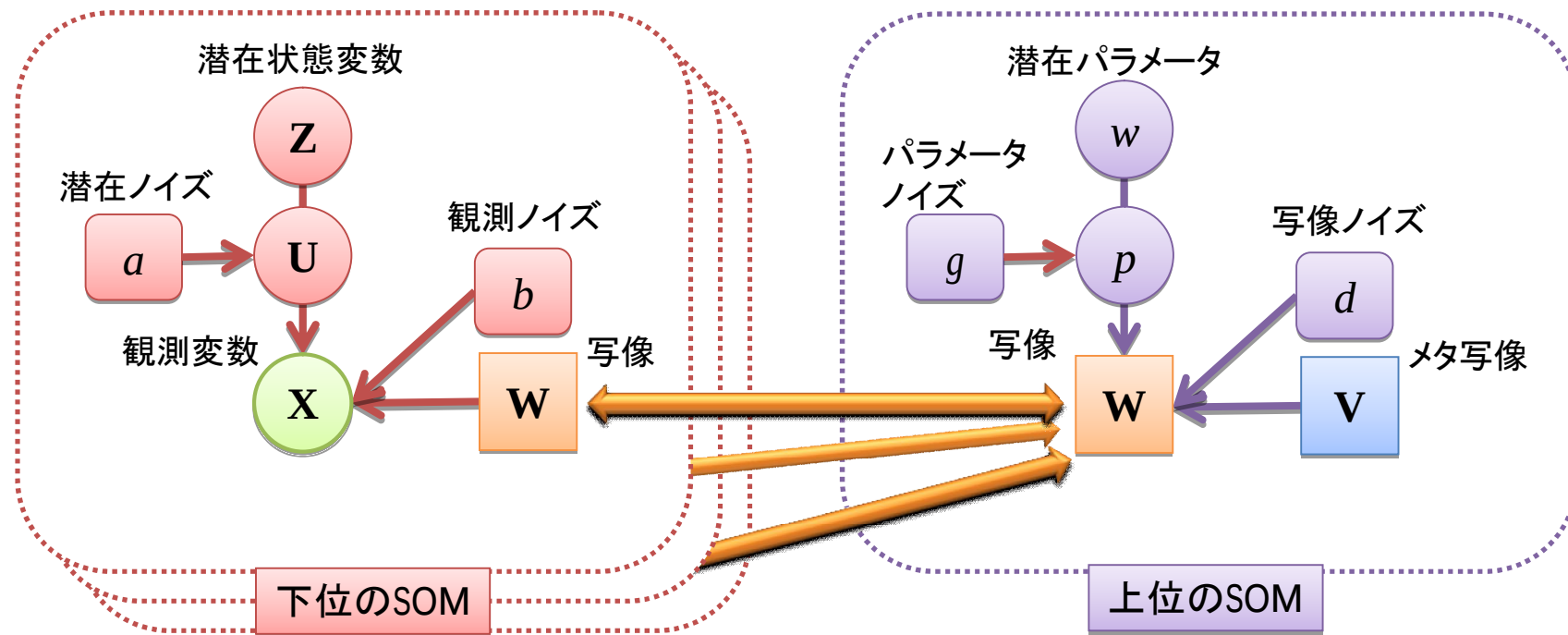
$$\mathbf{w}^{jn} := \sum_k B_k^{jn} \mathbf{x}^k$$

$$\mathbf{V}^m := \sum_i A_j^m \mathbf{W}^j$$

$$\mathbf{W}^j := \mathbf{V}^{\hat{m}_j}$$

$$\mathbf{v}^{mn} := \sum_j \sum_k A_j^m B_k^{jn} \mathbf{x}^k$$

高階SOMによる半関係データの非線形テンソル分解

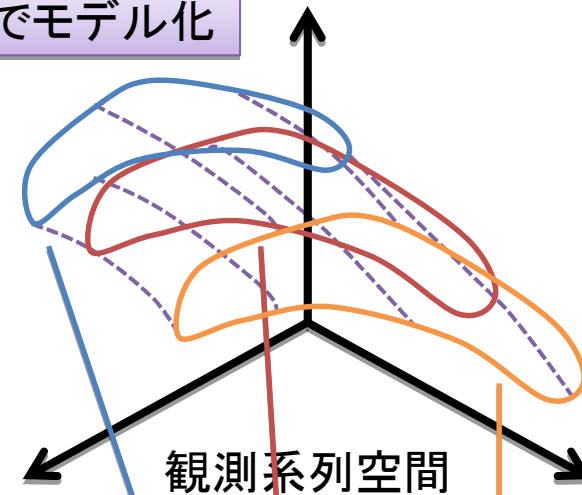


位相保存写像による連続潜在変数推定を階層的に行う.

隠れシステム空間推定はファイバー束推定問題

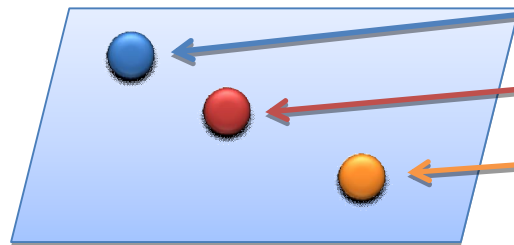


ファイバー束でモデル化

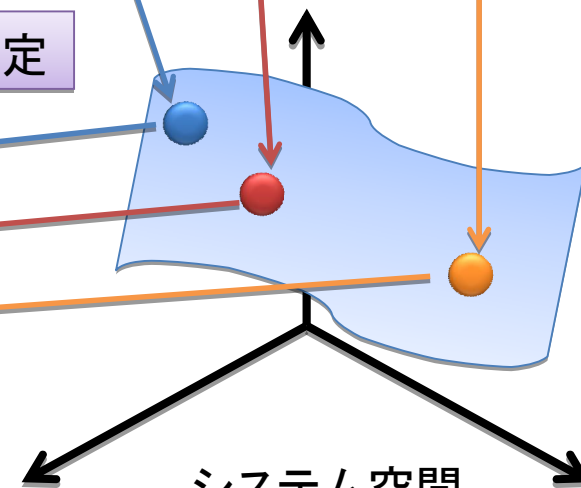


観測系列空間

潜在変数と潜在パラメータの推定



パラメータ空間



システム空間
(運動方程式の関数空間)

ほんとうにできるか試してみよう

～シミュレーション～

次時刻の
状態変数

システム系テンソル

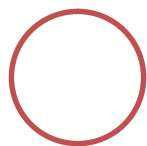
システムパラメータ

現在の
状態変数

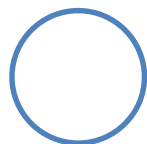
$$\begin{pmatrix} z_{t+1} \\ x_t \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{W}} \\ \underline{\mathbf{V}} \end{pmatrix} \times_1 \psi(\omega) \times_2 \varphi(z_t)$$

観測データ

観測系テンソル

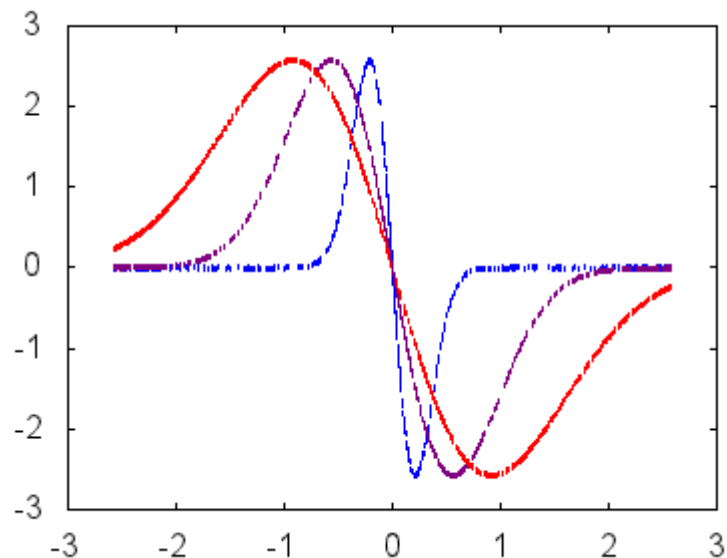


観測可能

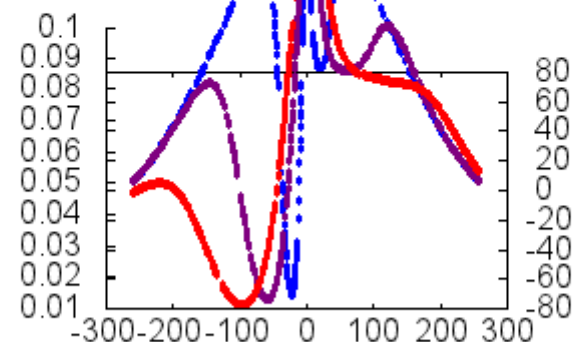


観測不可能(潜在変数)

人工データ (1)

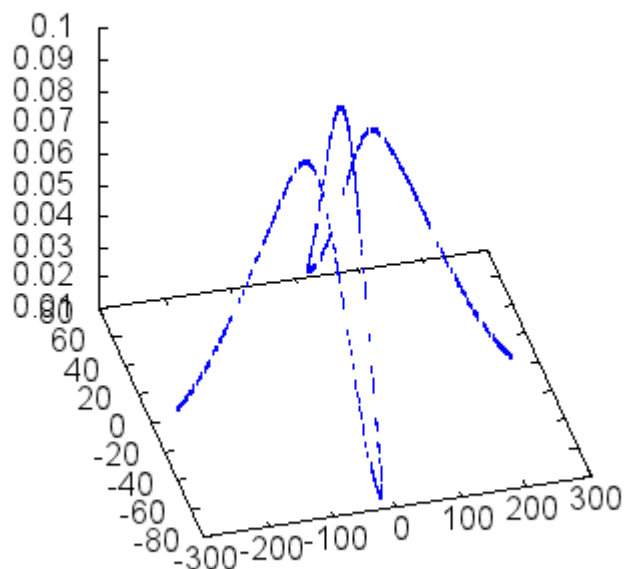
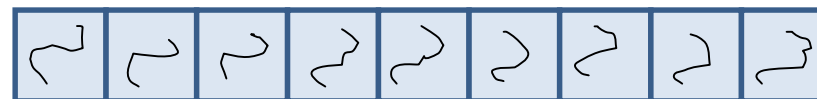
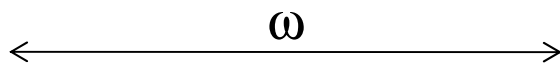


学習用隠れダイナミカルシステム
(3システム)

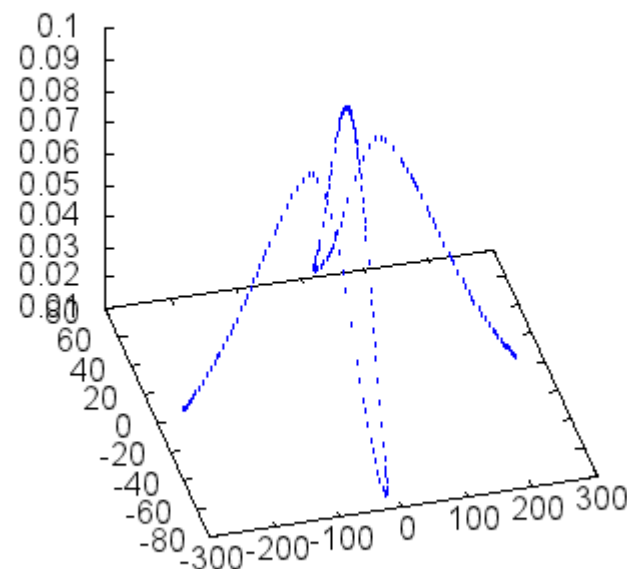


学習用観測データセット
(3データセット, 9次元)

人工データ (1)



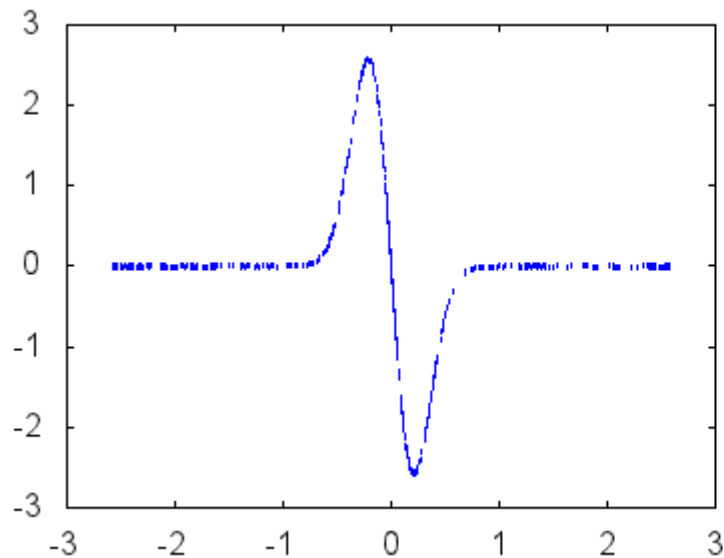
テストデータセット
(学習用を含む9セット)



3データセットから
推定した結果

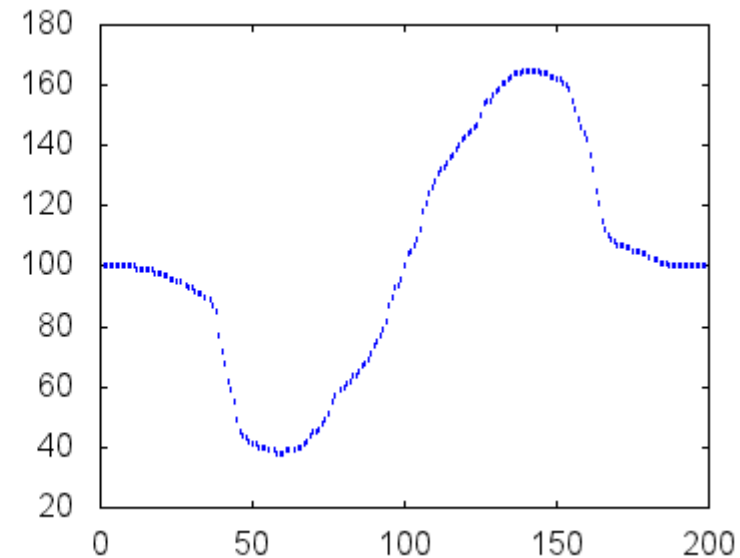
人工データ (1)

Return map of the latent variable ξ



テスト用隠れダイナミカルシステム
(学習用を含む9システム)

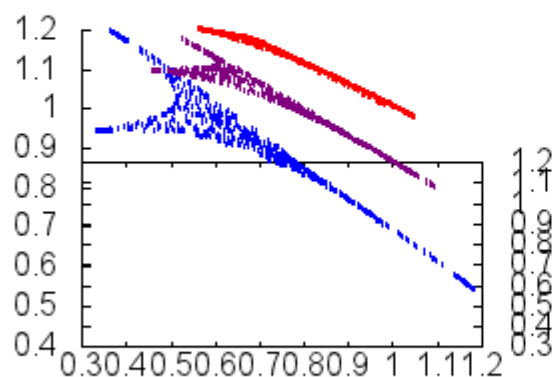
Return map of the winner unit



3データセットから
推定したシステム

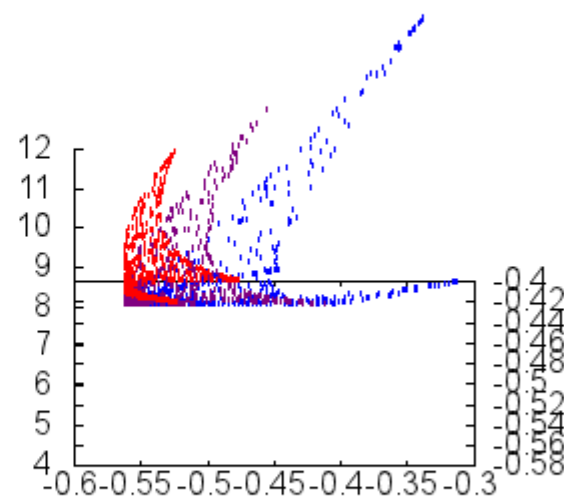
※非線形に伸縮した等価な解が存在する. そのうちの一つを推定できれば良い

人工データ (2)



学習用隠れダイナミカルシステム
(3システム)

$$x_{t+1} = f(x_t, x_{t-1} | w_n) + e_t$$



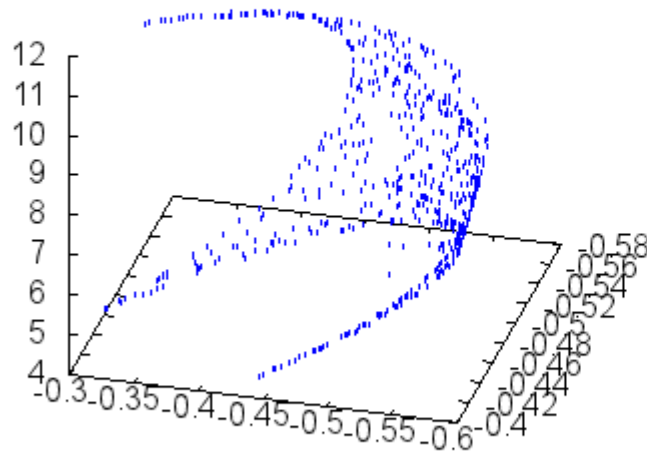
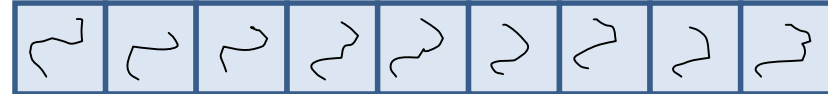
学習用観測データセット
(3データセット)

$$\{(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_{t-2})\}$$

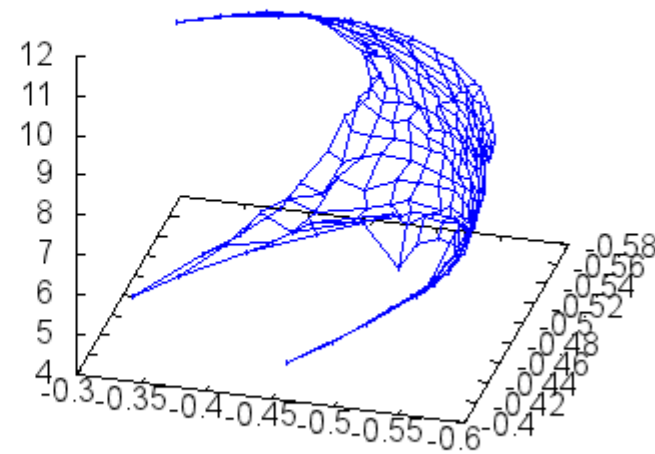
※観測パラメータはシステムパラメータと連動

Artificial datasets (2)

ω



テストデータセット
(学習用を含む9セット)



3データセットから
推定した結果

次時刻の
状態変数

システム系テンソル

システムパラメータ

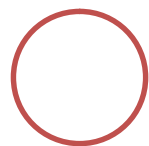
現在の
状態変数

$$\begin{pmatrix} z_{t+1} \\ x_t \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{W}} & \underline{\mathbf{O}_1} \\ \underline{\mathbf{O}_2} & \underline{\mathbf{V}} \end{pmatrix} \times_1 \begin{pmatrix} \psi_{\Omega}(\omega) \\ \psi_{\Theta}(\theta) \end{pmatrix} \times_2 \varphi(z_t)$$

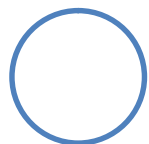
観測データ

観測系テンソル

観測パラメータ



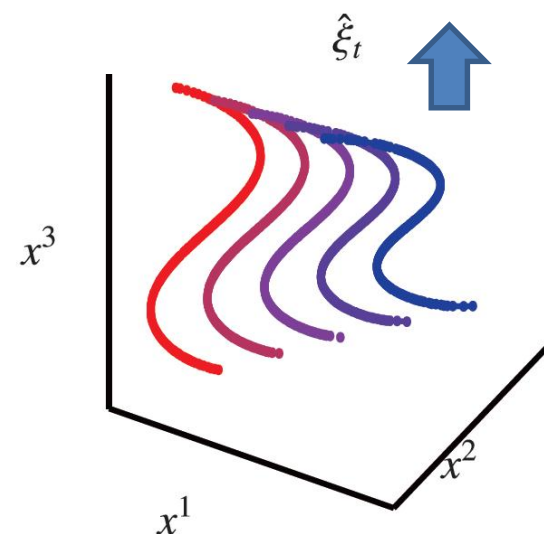
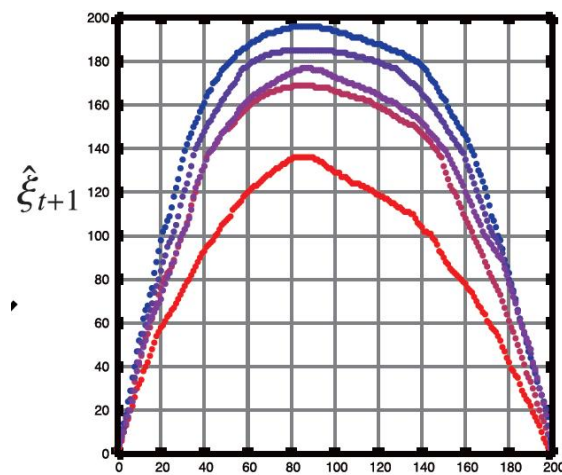
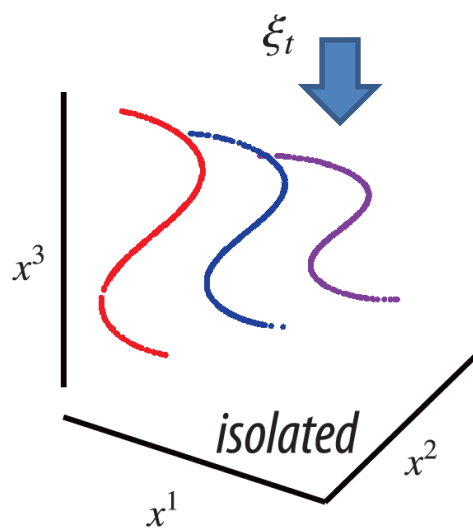
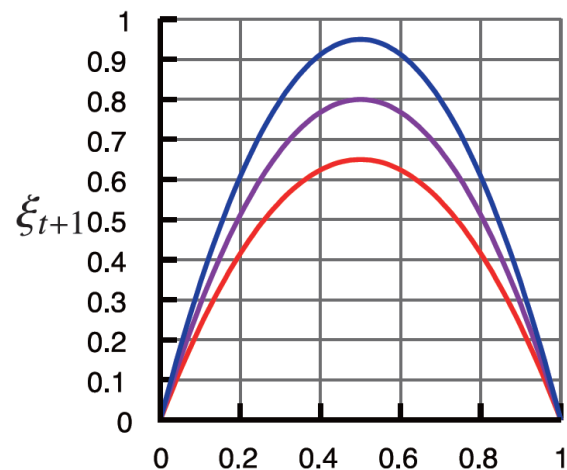
観測可能



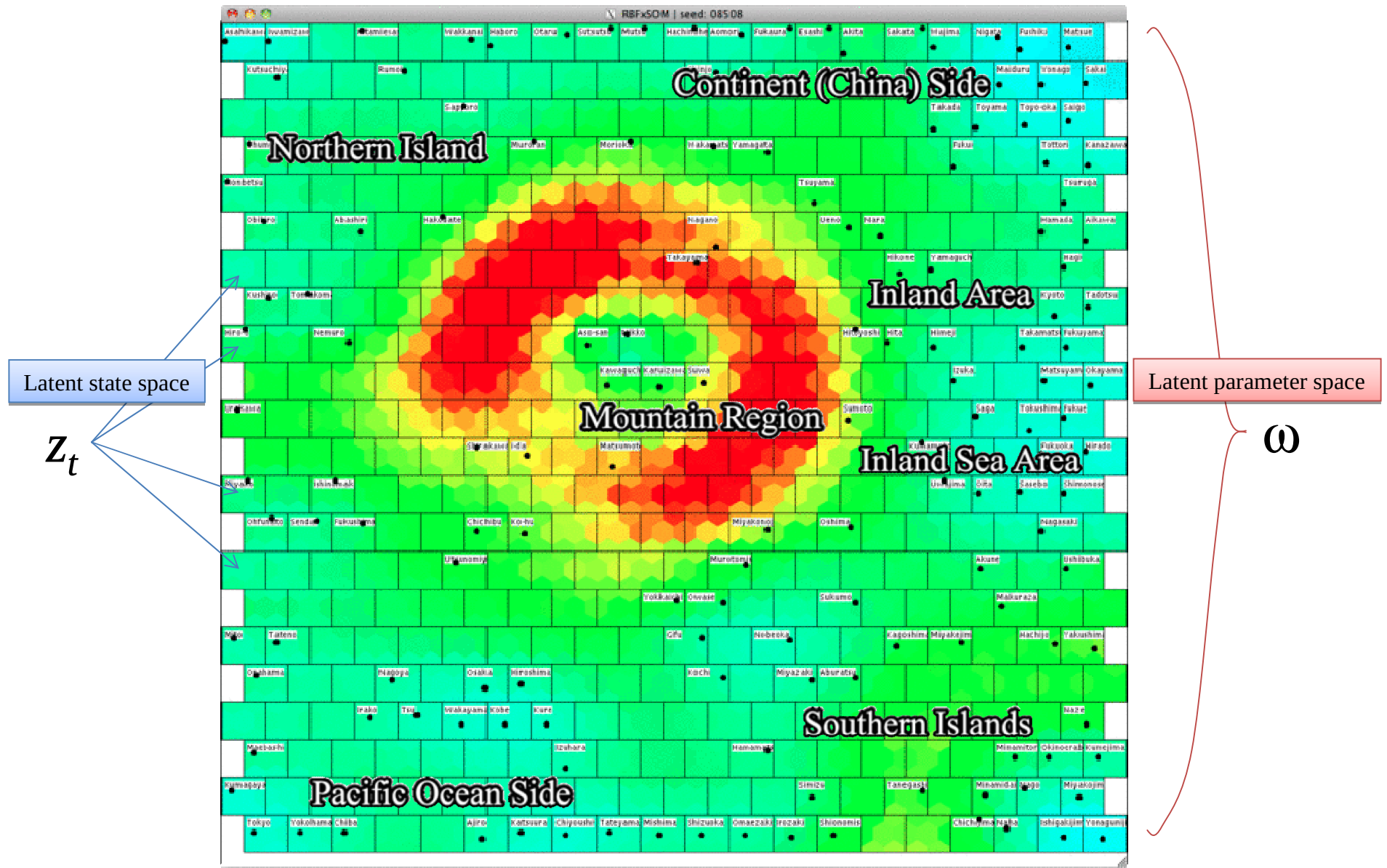
観測不可能(潜在変数)

Artificial datasets (3)

システム系と観測系が独立の場合



日本の気象ダイナミクス地図



まとめ

まとめ

u 隠れシステム空間推定の意義

- Ø システムのクラスに共通する普遍的な法則や原理の発見
- Ø 未知のシステムに遭遇しても柔軟に対応可能

u 隠れシステム空間推定の問題構造を明確化した

- Ø 半関係データの非線形テンソル分解

u 高階化SOMによるアルゴリズムを提案した

- Ø データ集合族をファイバー束でモデル化
- Ø データ集合間の対応関係を推定

u 今後の課題

- Ø リアルな課題への適応, 有効性の検証
- Ø メタ学習, 転移学習との関連の明確化