Technical Report of the 3rd Workshop on Latent Dynamics (Sep 24, 2012, Tokyo, Japan)

非線形テンソル分解による隠れダイナミカルシステム空間推定

古川徹生*
Tetsuo Furukawa

Abstract: 本研究の目的は，システム集合が作る空間を有限の時系列から推定する学習理論の確立とそのアルゴリズム開発である．特にシステムの入出力が直接観測できない隠れダイナミカルシステム空間の推定問題に焦点を当てる．有限少数個の学習用時系列から隠れたダイナミカルシステム空間を推定できれば，その空間に属する未知のシステムを推定したり，そのシステムが生成する時系列を予測することができる．この推定問題は非線形テンソル分解に帰着でき，テンソルに拡張した位相保存写像によって解けることを示す．

Keywords: 隠れダイナミカルシステム，システム空間，多様体，位相保存写像，テンソル分解, メタ学習, 転移学習

1　まえがき

人間は身体動作や音声系列などさまざまな時系列を学び，そしてさまざまな時系列を生成する．それは単に身体動作などを丸暗記するだけではなく，状況に応じて適応的に動作規則を変えたり，新たな動作規則を生成したりできる．本研究の目的は，このような能力を実現するために必要な学習理論を明らかにし，かつそのアルゴリズムを開発することである．

例として「投球動作」を考えてみると，この学習タスクは有限系列の投球動作学習から未知の投球動作を生成することと言える．投球動作は無限に存在するが，必ず一定の規則に従っており，なんらかの固有の空間を作ると仮定できる．もし有限個の時系列から「投球動作の空間」を推定できるならば，その空間に属する新たな動作を生成することが可能になる．またその空間を記述する良い座標系を発見できれば，希望の投球動作を生成することも容易になる．本研究ではこのタスクを「システム空間推定」と呼ぶ．特に入出力関数の直接観測できない「潜在システム空間学習 (Latenst System Space Estimation: LSSE)」の学習理論を明らかにすることが本研究の目的である．

なぜ入出力が未知と仮定するかについては少し説明を要する．端的に言えば，システム集合に共通する普遍的ルールをモデル化するには，そのシステム集合を本質的に記述する変数の発見が不可欠だということにある．1個の投球動作をモデル化するだけならば，関節角度や指先座標のような観測可能な変数を直接用いれば良い．しかし投球動作集合に共通する普遍的なメタルールを発見するには，その動作の本質を記述する変数の発見が不可欠なのである（通常，見かけの身体座標の補間をとっただけでは中間的な身体動作を作れない）．このことがLSSEのタスクを困難にしている．

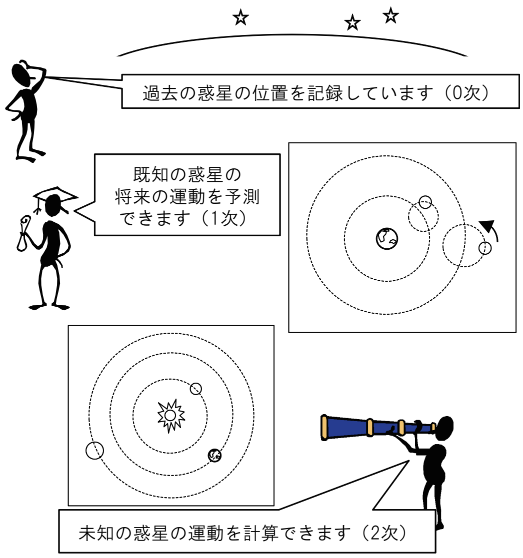

図 1: 汎化次数の考え方．LSSE は 2 次の汎化課題になる．

LSSE の概念をもう少し明確にするため，図 1 では惑星運動のモデル化という例で表現してみた．個々の（既知の）惑星の未来の運動を予測するだけでなく,「惑星というダイナミカルシステム集合」が作るシステム空間，すなわち惑星運動を普遍的に支配するルールを推定し，将来発見されるかもしれない未知惑星の運動も予言でき

*九州工業大学大学院生命体工学研究科, 〒 808-0196 北九州市若松区ひびきの 2–4, e-mail furukawa@brain.kyutech.ac.jp,
Kyushu Institute of Technology, 2–4 Hibikino, Wakamatsu-ku, Kitakyushu 808-0196, Japan

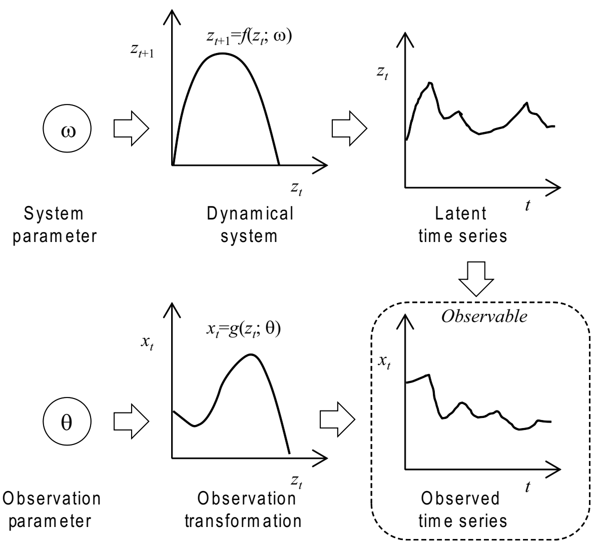

図 2: LSSE の扱うタスクの生成モデル

るモデルを推定することが LSSE のタスクである（なお観測者である地球もダイナミカルシステムである場合は課題が非常に困難になるため，本研究では観測者が停止している状況を扱う）．

本研究の目的は，単に LSSE のアルゴリズムを開発するだけではない．LSSE という課題の持つ問題構造を理解し，何が学習を困難にする要因なのか，どんな課題を解かなければならないかを明らかにした上で，アルゴリズムとして実現することが目標である．

2 LSSE の生成モデル

図 2 は作業仮説として設定した観測時系列の生成モデルである．まずシステムパラメータ ω が確率的に生成され，それによりダイナミカルシステム $f(\cdot\,|\,\omega)$ が決定する．そして $z_{t+1}=f(z_t\,|\,\omega)$ により隠れ時系列 (z_t) が生成される．しかしこの時系列は直接観測することができず，必ず観測変換 $x_t=g(z_t\,|\,\theta)$ を受ける．θ は観測変換を決めるパラメータであり，観測変換もまた（もうひとつ別の）関数空間内の多様体を作る．いわば z_t は太陽中心の惑星の位置，x_t は地球から見た相対的な惑星の位置と思えばよい．また ω が惑星の軌道を決めるパラメータ，θ が地球（観測者）の位置である．この生成モデルを定式化すると

$$\begin{pmatrix} z_{t+1} \\ x_t \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{W}} & \underline{\mathbf{O}_1} \\ \underline{\mathbf{O}_2} & \underline{\mathbf{V}} \end{pmatrix} \times_1 \begin{pmatrix} \boldsymbol{\psi}_{\Omega}(\omega) \\ \boldsymbol{\psi}_{\Theta}(\theta) \end{pmatrix} \times_2 \boldsymbol{\varphi}(z_t) \qquad (1)$$

となる．ここで $\underline{\mathbf{W}}$, $\underline{\mathbf{V}}$ はそれぞれシステムと観測系が持つ特性を表現するテンソルであり，ψ, ϕ はそれぞれの空間で定義された基底関数ベクトルである．なお $\times_i$ は第 i モードにおけるテンソル・ベクトル積を意味する．この式は非線形テンソル分解の形をしており，基底関数を用いて Tucker 分解を一般化線形問題に拡張したものになっている．

式 (1) のうち，既知変数は x_t および基底系 ψ, ϕ のみであり，残りの z_t, ω, θ, $\underline{\mathbf{W}}$, $\underline{\mathbf{V}}$ はすべて推定すべき未知変数である．また $\underline{\mathbf{O}_1}$, $\underline{\mathbf{O}_2}$ はゼロテンソルとしたが，これらはシステム系と観測系の相互作用を表すテンソルであり，これらを考慮すればさらに一般化できる．

この生成モデルの逆問題を解くことが LSSE のタスクである．方程式 (1) 解くことは，潜在変数の情報欠損下における非線形テンソル分解を解くことに他ならない．また通常のテンソル分解と異なり，観測データが関係データの形になっていない．正確に言えば，ひとつの時系列内ではパラメータが一定と仮定できるため，半関係データとでもいうべき形になっており，通常のテンソル分解よりも難しいタスクである．なお観測者も時々刻々変化する場合はさらに難しいタスクになり，非線形独立テンソル分析を行う必要が生じる．

3 高階化位相保存写像による実現

この課題の本質は，(1) 各々の観測時系列を多様体でモデル化する (2) 多様体の集合を上位の多様体でモデル化する (3) システム空間を記述するのに本質的な潜在変数を推定する，という 3 つのタスクを並行して行うことにある．この課題は観測データをファイバー束で表現する問題に帰着できる．ただし LSSE では時系列生成系と観測系の 2 つのファイバー束を同時推定する必要がある．

本発表者は位相保存写像 (Topographic Mapping) の一種である自己組織化写像 (Self-Organizing Map: SOM) をテンソルに拡張した高階 SOM を提案した [1]．これはデータ集合族をファイバー束でモデル化するアルゴリズムである．高階 SOM を 2 つ組み合わせることで，LSSE をアルゴリズム実装することができた [2]．位相保存写像は潜在変数と写像の同時推定を行うアルゴリズムであり，それを拡張したアルゴリズムは LSSE に適する．まだ改良の余地はあるものの，これを手がかりに LSSE の学習理論を明らかにしていきたい．

謝辞 本研究は科研費 24120711 の支援を受けて行った．

参考文献

[1] T. Furukawa, “SOM of SOMs”, *Neural Networks*, **22**, 463–478, 2009.

[2] T. Ohkubo, T. Furukawa, K. Tokunaga, “Requirements for the learning of multiple dynamics”, *LNCS*, **6731**, 101–110, 2011.